ЗМІСТ

ЧАСТИНА 2

Передмова

Ця книга призначена для студентів вищих навчальних закладів природничих, економічних та інших нематематичних спеціальностей, що вивчають вищу математику та інформатику. Вона може бути корисною і читачам, які бажають самостійно ознайомитись з коротким курсом вищої математики, що містить основи теорії систем лінійних рівнянь і многочленів, векторної алгебри, аналітичної геометрії, диференціального та інтегрального числення, теорії ймовірностей та математичної статистики. При цьому передбачається, що читач володіє шкільним курсом математики.

До положень, якими керувались автори при написанні посібника, входять:

1) поєднання доступності, наукової строгості і компактності викладу матеріалу;
2) супровід викладу теоретичного матеріалу значною кількістю детально проаналізованих прикладів застосування тих чи інших теоретичних положень;
3) поєднання теоретичного матеріалу і матеріалу для практичних занять в одній книзі;
4) сприяння свідомому засвоєнню основних понять різних розділів математики студентами вищих навчальних закладів, для яких математика не є профілюючим предметом.

Перша частина посібника складається з п’яти розділів.

Перший розділ є вступним до курсу. В ньому розглядаються елементи теорії множин і математичної логіки. Автори вважають, що на заняттях буде активно використовуватись відповідна математична символіка, розвинута в цьому розділі. Проте в самому посібнику теоретико-множинна і логічна символіка використовується обмежено через те, що автори передбачили в деяких випадках можливість незалежного вивчення різних розділів курсу вищої математики.

Другий розділ знайомить читача з елементами теорії визначників, матриць і систем лінійних рівнянь. Кінцева мета вивчення розділу – вміти досліджувати і розв’язувати різними методами довільні системи лінійних рівнянь, що мають скінченне число рівнянь і невідомих.

У третьому розділі досить детально вивчаються вектори та дії над ними (додавання векторів, множення векторів на число, скалярний, векторний, мішаний добутки векторів та їх застосування), різні системи координат на площині та в просторі, формується поняття n – вимірного простору.

Четвертий розділ присвячено аналітичній геометрії, а саме: вивченню прямих і ліній другого порядку на площині, площини, прямої і поверхонь другого порядку у просторі. Тут активно використовується векторна алгебра.

У п’ятому розділі розглядається елементарна теорія комплексних чисел, яка включає дії над комплексними числами в алгебраїчній і тригонометричній формах, та основи теорій многочленів і раціональних дробів від однієї змінної. При вивченні многочленів наголошується на теорії подільності та проблемі існування та обчислення коренів многочленів, заданих над числовими полями.

Друга частина посібника складається з одинадцяти розділів.

У першому й другому розділах розглядаються поняття функції, способи її задання й найпростіші властивості, границя функції в точці й на нескінченості, зокрема границя послідовності, а також застосування цих понять при дослідженнях асимптотичної поведінки функції.

У третьому, четвертому й п'ятому розділах викладено традиційний матеріал з диференціального й інтегрального числення: задачі, що приводять до понять похідної та інтеграла, властивості й обчислення похідних та інтегралів, застосування похідних при дослідженні функцій, розв'язування задач на екстремум, геометричні та фізичні застосування інтегралів.

У шостому й сьомому розділах розглядається диференціальне й інтегральне числення функцій багатьох змінних, його застосування до задач математики і природознавства, зокрема метод найменших квадратів, зв'язки кратних, криволінійних і визначених інтегралів.

У восьмому розділі розглядаються задачі, що приводять до диференціальних рівнянь, подана класифікація рівнянь і методи їх розв'язання, наведені конкретні приклади практичних застосувань диференціальних рівнянь.

Дев'ятий розділ присвячений теорії числових і функціональних рядів, а саме: вивченню ознак збіжності числових рядів, степеневих рядів, ряду Тейлора; розвиненню у степеневі ряди основних елементарних функцій; застосуванню рядів до наближених обчислень; тригонометричні ряди Фур'є.

Десятий розділ присвячено елементам теорії ймовірностей. Мета даного розділу – ознайомити читача з класифікацією подій, ймовірністю подій, різними означеннями ймовірності. У розділі подається схема та формули Бернуллі, розглядається математичне сподівання й дисперсія, закон великих чисел.

В одинадцятому розділі розглядаються елементи математичної статистики (генеральна сукупність і вибірка, оцінка параметрів генеральної сукупності за її вибіркою, довірчі інтервали параметрів розподілу, лінійна кореляція).

Кожний розділ обох частин містить значну кількість детально розв'язаних задач, які демонструють застосування теоретичних положень, алгоритми розв'язування задач, порядок записів розв'язків тощо.

До кожного розділу подаються задачі для практичних занять і задачі для самостійного розв'язування.

Автори сподіваються, що посібник буде корисним для студентів різних форм навчання при вивченні та повторенні курсу вищої математики.

ЧАСТИНА I

Розділ 1
Елементи теорії множин і математичної логіки

§ 1. Елементи теорії множин

1.1. Множини і підмножини

Поняття *множини* використовується в усіх науках. Особливо широко воно використовується в математиці. Наприклад, в арифметиці розглядають множину натуральних чисел, множину простих чисел, множину складених чисел, в геометрії – множину трикутників, множину трапецій, в алгебрі – множину квадратних рівнянь, множину коренів рівняння тощо.

Поняття множини належить до основних математичних понять і тому воно не означується, а характеризується описово з використанням синонімів терміна “множина” та численних прикладів конкретних множин. Наприклад, синонімом терміна “множина” є термін “сукупність”.

Об’єкти, які утворюють дану множину, називаються *елементами* цієї множини. Наприклад, число 5 є елементом множини натуральних чисел, Земля є елементом множини планет Сонячної системи, слово “математика” є елементом множини іменників жіночого роду.

Множини позначатимемо великими латинськими буквами (можливо з індексами), наприклад A, B, A_1, A_2, а їх елементи – малими латинськими буквами, наприклад a, b, x_1, x_2, причому різні елементи позначають різними буквами. Проте один і той самий елемент множини може мати декілька різних позначень. Наприклад, нехай a – найменше двоцифрове натуральне число, що ділиться на 2, і b – найменше двоцифрове натуральне число, що ділиться на 5. Зрозуміло, що в обох випадках йдеться про одне і те саме число 10. Тому в таких випадках говорять, що a дорівнює b, і записують $a = b$.

Запис $a \in A$ означає, що елемент a належить до множини A, а запис $b \notin A$ означає, що елемент b не належить до множини A. Наприклад, якщо Q – множина всіх раціональних чисел, то $2 \in Q, \frac{1}{7} \in Q, \sqrt{3} \notin Q$.

Множину можна задати переліком її елементів. Наприклад, те, що множина M складається з чисел 1, 3, 5, 7, записують так:

$$M = \{1, 3, 5, 7\}.$$